

# Note om logaritmer

Keld Helsgaun  
RUC, september 1999

Logaritmer optræder hyppigt i forbindelse med programmering. Denne note beskriver meget kortfattet matematikken bag logaritmer og giver nogle eksempler på deres anvendelse.

Vi begynder med den formelle definition.

**Definition:** For ethvert  $B > 0$  og  $N > 0$  gælder, at  $\log_B N = X$ , hvis  $B^X = N$ .

B kaldes logaritmens **grundtal**. Definitionen udtrykker, at logaritmen med grundtal B taget af N er den potens, som B skal opløftes til for at få N.

I datalogi benyttes for det meste logaritmer med grundtallet 2. Angivelsen af grundtal udelades derfor ofte, idet det er underforstået, at grundtallet er 2.

Her er nogle eksempler, hvor logaritmefunktionen bliver brugt.

(1) **Antal bit til binær repræsentation**

Hvor mange bit behøves for at repræsentere N fortløbende heltal?

Svar: det nærmeste heltal, der er større end eller lig med  $\log_2 N$ .

(2) **Gentagen fordobling**

Hvis vi starter med  $X = 1$ , hvor mange gange kan X da fordobles, før X bliver mindst N.

Svar: det nærmeste heltal, der er større end eller lig med  $\log_2 N$ .

(3) **Gentagen halvering**

Hvis vi starter med  $X = N$ , hvor mange gange kan X da halveres før X bliver mindre end eller lig med 1.

Svar: det nærmeste heltal, der er mindre end eller lig med  $\log_2 N$ .

En vigtig egenskab ved en logaritmefunktion er, at den **vokser langsomt**.

Eftersom  $2^{10} = 1024$ , er  $\log 1024 = 10$ . Tilsvarende beregninger viser, at logaritmen af en million er cirka 20, og at logaritmen til en milliard er cirka 30.

Det kan bevises, at alle logaritmfunktioner er **proportionale** og således alle har en form som den kurve, der er vist nedenfor.

