

# Logaritmer



Logaritmer optræder hyppigt i forbindelse med algoritmeanalyse.

## **Definition:**

For ethvert  $B > 0$  og  $N > 0$  gælder, at  $\log_B N = X$ , hvis  $B^X = N$ .

$B$  kaldes logaritmens **grundtal**.

Definitionen udtrykker, at logaritmen med grundtal  $B$  taget af  $N$  er den potens, som  $B$  skal opløftes til for at få  $N$ .



I datalogi benyttes for det meste logaritmer med grundtallet 2. Angivelsen af grundtal udelades derfor ofte, idet det er underforstået, at grundtallet er 2.

Eksempler:

**Antal bit til binær repræsentation**

Hvor mange bit behøves for at repræsentere  $N$  fortløbende heltal?

**Svar:** Det nærmeste heltal, der er større end eller lig med  $\log_2 N$ .



### **Gentagen fordobling**

Hvis vi starter med  $X = 1$ , hvor mange gange kan  $X$  da fordobles, før  $X$  bliver mindst  $N$ ?

**Svar:** Det nærmeste heltal, der er større end eller lig med  $\log_2 N$ .

### **Gentagen halvering**

Hvis vi starter med  $X = N$ , hvor mange gange kan  $X$  da halveres, før  $X$  bliver mindre end eller lig med 1?

**Svar:** Det nærmeste heltal, der er mindre end eller lig med  $\log_2 N$ .



En vigtig egenskab ved en logaritmefunktion er, at den **vokser langsomt**.

Eftersom  $2^{10} = 1024$ , er  $\log_2 1024 = 10$ .

Tilsvarende beregninger viser, at logaritmen af en million er cirka 20, og at logaritmen til en milliard er cirka 30.

Det kan bevises, at alle logaritmefunktioner er **proportionale** og således alle har en form som den kurve, der er vist nedenfor.

