

REDIGERET AF PETER BOLLERSLEV

DEN NY  
**MATEMATIK**  
I DANMARK  
-EN ESSAYSAMLING

GYLDENDALS  
MATEMATIKBIBLIOTEK

*Den ny matematik i Danmark*

© 1979 by Gyldendalske Boghandel,

Nordisk Forlag A.S. Copenhagen.

Fotografisk, mekanisk eller anden gengivelse  
eller mangfoldiggørelse af denne bog eller  
dele heraf er ikke tilladt ifølge gældende  
dansk lov om ophavsret.

Omslag: Eva Wulff.

Bogen er skrevet på IBM kugleskrivemaskine model 893  
af Elin Kjarby Rasmussen,

og trykt hos Nordisk Bogproduktion A.S., Haslev.

Printed in Denmark 1979

ISBN 87-01-82082-6

JENS HØYRUP

Cand.scient. i matematik og  
fysik i 1969.

Lektor ved Roskilde Univer-  
sitetscenter i 1973, med  
forskning bl.a. i matema-  
tikkens historie og i fol-  
keskolematematikens pro-  
blemer.

Siden 1972 diverse skrifter  
om matematikundervisningen.

Censor ved seminarierne i  
fagene regning og matematik.

HISTORIEN OM DEN NYE MATEMATIK I DANMARK - EN SKITSE

Ude fra den store verden forlyder det, at matematikundervisningen i USA's skoler er på vild baglæns flugt fra tressernes "nye matematik" til den gammelkendte regning<sup>1)</sup>. Helt så voldsomt går det ikke til i Europa, og da slet ikke i Danmark. Også hos os er det dog klart, at tingene er i skred: De mennesker, der drøfter, udformer eller planlægger skolens matematikundervisning, forfægter i dag bestemt ikke helt de samme idéer som for 15 år siden, og de skolebøger, som i dag repræsenterer "ny matematik", er ganske andre end dem, der kom på markedet for ca. 10 år siden<sup>2)</sup>. Samtidig står alt, hvad der med rette eller urette kan opfattes som progressiv pædagogik i matematikundervisningen<sup>3)</sup>, i konstant fare for destruktive og usaglige angreb fra Erhard Jacobsen og ligesindede. Der er altså ingen grund til at tro situationen omkring matematikundervisningen stabil, hverken på godt eller ondt. Og der er dermed rigelig plads til eftertanke over, hvad der skal være det næste trin efter den ikke mere helt så nye matematik.

En god baggrund for planlægning af et næste skridt er normalt

1) Tallene refererer til noterne side 62.

klarhed over, hvilket skridt man lige har taget. For at planlægge den "nye nye matematik" kunne det måske også være en fordel at kende historien bag den gamle, fordi det kan hjælpe os til bedre forståelse af, hvad denne egentlig er for en størrelse, og af, hvordan den er blevet, hvad den er.

#### Den internationale baggrund. Økonomi og matematikprofessorer.

Det er et udbredt synspunkt, at reformen af skolematematikken har sin baggrund i "Sputnik-choket". Der er så meget rigtigt heri, at regeringen i USA i tilsyneladende forfærdelse over den chokagtige start på det sovjetiske rumprogram i 1957/58 pludselig åbnede for pengeposen til fornyelse af matematikundervisningen<sup>4)</sup>, hvad der selvfølgelig satte skub i reformforsøgene. Men udviklingen i Vesteuropa og specielt i Danmark har fulgt en anden vej. De ydre rødder til reformerne skal hos os ikke søges i ønsket om militær magt, men derimod i bestræbelserne for at opnå økonomisk styrke.

Den internationale hoveddaktør i den henseende var OEEC, Marshallhjælpens følgeorganisation for (Vest-)europæisk samarbejde. I forventning om, at det kommende samfund i stadig stigende omfang ville bygge på videnskab og på videnskabeligt udviklet teknik, påbegyndte denne organisation for økonomisk samarbejde og langtidsplanlægning en række tiltag for både forsknings- og uddannelsesplanlægning. På undervisningsområdet kastede den sig sidst i halvtredserne over matematikundervisningen (og, med mindre effekt, over kemiundervisningen), dels som pilotforsøg, dels nok også fordi man anså matematisk kunnen for en fundamental kvalifikation under den igangværende "teknisk-videnskabelige revolution". En rolle for valget af netop matematik har det vel også spillet, at man var vidende om, at grupper af fremtrædende matematikere allerede var interesseret i at igangsætte reformforsøg.

Under alle omstændigheder blev matematikundervisningsreformen gjort til et prioritetsområde, og den blev overtaget som sådant af OEEC's efterfølgerorganisation OECD i 1961. OEEC's økonomer og planlæggere havde selvfølgelig ikke selv hverken matematisk eller pædagogisk ekspertise til at tage sig af opgaven. I stedet finansierede og organiserede OEEC en række konferencer, hvor man "bragte professorer og andre eksperter sammen"<sup>5)</sup>. Ud af disse konferencer kom der "en serie bind med forslag til nye curricula", som efter eksperternes og OECD's mening skulle "bringe indholdet af matema-

tikundervisningen på linje med nutidig tænkning på området"<sup>6)</sup>.

OEEC/OECD's opfattelse var naturligvis, at den "nutidige tænkning inden for matematikken måtte være det, der var brug for inden for det moderne samfunds anvendelser af matematik. Men de indbudte eksperter lagde noget andet i ordene. De var matematikere, som hovedsagelig på den rene matematiks vegne var utilpasse ved et undervisningsindhold, der skrev sig fra tiden før 1760. Nogle af dem var også interesseret i pædagogik og børn, men ingen havde tilsyneladende noget effektivt engagement i økonomernes formål med hele sagen. Som en dansk deltager i en række af konferencerne beretter, var matematikerne selvfølgelig klar over de uddannelsesøkonomiske bagtanker med OEEC/OECD's initiativ, og man lyttede da også pænt, når en repræsentant for organisationen kom til stede og holdt et indledningsforedrag. Men når han var gået, "sagde man nå, og så gik man i gang med det egentlige"<sup>7)</sup>.

"Det egentlige" var ikke en kritisk undersøgelse af, hvilken fremstillingsmåde og hvilke emner der bedst opfyldte den teknisk-videnskabelige revolutions krav (så havde man nok lagt større vægt på databehandling og statistik, end man gjorde). Det var dog heller ikke at lade børnene lære ny avanceret matematisk viden (det havde nok også for det meste vedkommende været pædagogisk ugørligt). "Det egentlige" var at lære børnene en fremstillingsform og nogle formsprog, der var kalkeret efter det sprog, hvori den avancerede viden (undertiden) udtrykkes: mængdelære, relationer, grupper, vektorrum, transformationsgrupper, ækvivalensklasser, aksiomatisk formulering osv. - kort sagt netop sådanne begreber, som man rundt om i verden umiddelbart forbinder med glo- sen "ny matematik".

Et sådant program ønskede det rent matematisk orienterede flertal indført i skolen ud fra den holdning, at matematikundervisning da måtte skulle ligne "rigtig matematik". Forslagene om, hvordan det skulle gøres, udformede de uden megen pædagogisk forståelse eller interesse<sup>8)</sup>. Det pædagogisk engagerede mindretal forsøgte selvfølgelig at holde den rene matematiske faglighed fra livet<sup>9)</sup>, men også de så dog den spændende pædagogiske udfordring i at lære børnene nogenlunde de samme ting som de øvrige<sup>10)</sup>.

Ekspertyerne opfattede og brugte altså OEEC's initiativ som en kærkommen mulighed for at få et internationalt samarbejde i gang omkring de reformforsøg, som man allerede var ved at plan-

lægge lokalt. Dermed var OEEC/OECD's rolle for den indholdsmæssige udformning af den internationale reformbevægelse udtømt. OEEC/OECD's økonomiske formål med at støtte reformarbejdet fik ingen reel betydning for den internationale reformbevægelses forslag. Når dens talsmænd lejlighedsvis argumenterede med nødvendigheden af en moderne matematik for mennesker, der skal fungere i et moderne samfund, var der tale om uforpligtende retorik, fremsat af mennesker med ringe kendskab til, hvilken slags matematik der er brug for i det "moderne samfund", men til gengæld med erfaring for, hvilken form for retorik der kunne skaffe politisk og økonomisk rygdækning for gennemførelsen af de ønskede reformer rundt i de enkelte lande.

Derimod spillede OEEC/OECD stadig en rolle for reformernes realisering ved over for de enkelte medlemsstater at argumentere for en fornyelse af undervisningen i de naturvidenskabelige fag og ved specielt at sige god for den internationale matematikreformbevægelse.

#### Den internationale bevægelse. Indhold

Den professorale hovedstrømning i reformbevægelsen var mest interesseret i gymnasieniveauet. Det kan hænge sammen med OEEC's definition af opgaven, men hænger sandsynligvis også sammen med det forhold, at det netop er gymnasieniveauet, der skaber de umiddelbare forudsætninger for et universitetsstudium i matematik. Hovedidéerne i denne strømning var:

- 1) Eleverne skal lære de formsprog, som den moderne videnskabelige matematik normalt betjener sig af: mængdelære, formel logik, relationer, abstrakt algebra (gruppeteori m.v.), funktioner opfattet ikke som kurver, men som tilordningsregler osv.
- 2) Eleverne skal lære om aksiomatisk opbygning, helst i streng form, uanset, at omkostningerne herved er, at den opbyggede matematik bliver særdeles elementær. Der var nemlig en udtalt modvilje mod den løsere form, hvori den euklidiske geometri tidligere var blevet doceret, selv om netop denne løsere form havde tilladt undervisning i mindre elementært stof.
- 3) Til gengæld tillades en forudgående mere intuitiv fortroliggørelse af det matematiske begrebsapparat, specielt de nye formsprog, på de alderstrin, der går forud for gymnasiet.

4) "Forældede" emneområder og betragtningmåder fjernes fra pensum og erstattes af mere "tidssvarende" tilnærmelser til matematikken. I fortolkningen af de mangetydige begreber "forældet" og "tidssvarende" anlagdes den rene matematiske forsknings kriterier, ikke de anvendelsesmæssige: Forældet var et emne, hvis det var forskningsmæssig dødt (den fælles yndlingsaversion var den euklidiske trekantgeometri); tidssvarende var det, hvis det kunne formuleres i begreber, som også anvendes i avanceret ren matematik.

5) Opsummerende, generelt og ubestemt: Børnene skal forstå det, de lærer, og vel at mærke forstå det udtrykkeligt formuleret som matematik.

Skønt hovedstrømningen i reformbevægelsen var mest interesseret i de ældste skoleelever, fandtes der dog også interesse for og forsøgsprojekter med de første klassetrins matematikundervisning<sup>11)</sup>. Nogle af disse kom siden til at spille en stor rolle i mange lande<sup>12)</sup>. Kort summeret ser de væsentligste idéer bag disse projekter ud som følger:

- 1) Matematik skal ikke terpes, men leges ind: Børnene skal ved egen (ledet) aktivitet opdage de matematiske strukturer, hvormed verden kan beskrives.
- 2) Det fundamentale i den matematik, børnene skal lære, er netop matematiske strukturer (mængder, relationer, grupper - altså netop den slags formsprog, som også gymnasireformatorerne anså for væsentlige). Grundene til denne betoning af noget, som kaldes strukturer<sup>13)</sup>, er efter min mening to: For det første, at man havde forlæst sig på "Bourbaki", et inden for de senere tiårs matematiske forskning meget indflydelsesrigt forsøg på at skabe en samlet formulering af den moderne matematik; det forenende element i Bourbaki er netop en formulering ved hjælp af de samme grundstrukturer, og for mange er disse derved kommet til at fremstå som selve den moderne matematiks fundament og virkelige indhold<sup>14)</sup>. For det andet, at det 20. århundredes mest betydningsfulde børnepsykolog, Jean Piaget, har været så uheldig at vikle dele af sine teorier ind i en pseudomatematisk sprogbrug, i stort omfang netop lånt fra Bourbaki's "grundstrukturer"<sup>15)</sup>. En tredje begrundelse er ofte blevet fremført, nemlig at de bourbakistiske strukturer skulle være et pædagogisk særlig velegnet grundlag for undervisningen

i den øvrige matematik; denne begrundelse anser jeg imidlertid for blot at være en omskrivning af, hvad man måske naivt har troet ud fra Bourbaki og Piaget - noget selvstændigt belæg i form af holdbare eksperimenter eller teoretisk arbejde mener jeg aldrig, den har fået<sup>16)</sup>.

3) Stoffet skal tilrettelægges i overensstemmelse med de enkelte alderstrins intellektuelle muligheder, så børnene til enhver tid opnår den form for forståelse af stoffet, som de har mulighed for. Men stoffet skal på den anden side hele tiden forstås i overensstemmelse med [det som af reformatorerne ansås for] dets matematiske principper; heraf interessen for at lære børnene at forstå 10-talsystemet som ét blandt flere positionstalsystemer, for at lære dem tallene på mængdelærens grundlag og for at få dem til at se regningsarterne i den generelle algebras begrebsramme. Og selv om tingene startes induktivt, skal undervisningen dog lede frem mod en aksiomatisk forståelse i den sidste ende.

Det fremgår, at børneskolens og gymnasiets planer for en matematikreform var i god harmoni, og de støttede da også hinanden som sammenhængende led i en enhed af "ny matematik".

#### Første fase af den hjemlige fornyelse af folkeskolematematikken: Den blå Betænkning.

"Den blå Betænkning"<sup>17)</sup>, 1958-skolelovens undervisningsvejledning, kan ses som udtryk for og til dels igangsætter af fase 1 af fornyelsen af den danske folkeskolematematik. Den førte ikke den internationale reformbevægelse til Danmark, men både den almene samfundsmæssige baggrund for 1958-lovens nydannelser og de ændringer, der anbefales i undervisningens form og indhold (i matematik såvel som i andre fag), udviser et vist slægtskab med, hvad der ses i landskabet omkring den internationale reformbevægelse.

I de almene indledende kapitler gives der udtryk for blandt andet følgende synspunkter<sup>18)</sup>:

- Undervisningen bør indstille sig efter børnenes behov og forudsætninger, ikke mindst fordi dette vil muliggøre en mere "funktional oplæring" i stedet for tom, formel udenadslære.
- Undervisningen skal ikke blot meddele konkret viden, men også være en "oplæring i at lære" (det var bl.a. noget sådant, matematikreformatorerne hævdede at opnå ved at lære børnene Bourbaki's

"grundstrukturer").

- Undervisningen skal på én gang "dygtiggøre børnene til at gå ud i samfunds- og erhvervslivet" og opdrage dem til at blive harmoniske, indbyrdes tolerante, samarbejdsdygtige individer. Skolen skal samtidig med, at den formidler kulturelle værdier, stå i kontakt med "samfundets materielle problemer, dets økonomiske og sociale udvikling".

- Læseplanerne bør lattes for forældet stof, for at det kan blive muligt "at tage hensyn til de forandringer, der finder sted inden for alle grene af tilværelsen som et resultat af den hurtige vækst inden for den videnskabelige forskning".

Også i Den blå Betænkning spørges den teknisk-videnskabelige revolution altså i baggrunden. Også her findes der et ønske om at indstille skolen efter de behov, som defineres af et samfund i forandring. Også her findes et opgør med forældet stof og med en lærdom, der læres udenad i stedet for at forstås.

Forskellene er imidlertid iøjnefaldende. Den blå Betænkning er udarbejdet af skolefolk, ikke af professorer. Der har ganske vist været tilkaldt et stort antal sagkyndige som konsulenter, men også flertallet af disse har været skolefolk og hovedparten af resten organisationsrepræsentanter. Ud over en stabil skoletradition er undervisningsvejledningen et produkt af socialliberal erhvervsvenlighed forenet med Grundtvigianisme og udenlandske moderat progressive pædagogiske strømninger à la Dewey. Den blå Betænkningens forslag til ændringer i matematikundervisningen kan derfor ses som udtryk for, hvilke ændringer i matematikundervisningen der i datidens pressede sig naturligt på for skole- og erhvervsfolk uden særlige profetiske evner og uden baggrund i matematisk forskning.

De væsentligste ændringer var følgende:

- Færdighedstræningen skulle lægges om, så den i højere grad byggede på forståelse og i mindre grad på eksercits. Dette gjaldt både taltræningen og løsningen af tekstopgaver.
- I sammenhæng hermed skulle det skarpe, mekaniske skel mellem "matematik" og "regning" oplødes. Indtil Den blå Betænkning havde ligninger været et stofområde for sig, som ikke måtte anvendes til løsning af almindelige tekstopgaver, undtagen når disse stod i et afsnit med overskriften "iklædte ligninger". Med Den blå Betænkning blev det tilladt eleverne at løse tekstopgaver med eller uden

brug af ligninger<sup>19)</sup>.

- Der tilstræbtes en aktivisering af eleverne og en mere induktiv arbejdsform. Dette gælder de første skoletrin, hvor betænkningen gør opmærksom på, at kuglerammer m.v. ikke blot kan bruges til lærerdemonstration, men også af eleverne selv; men det gælder også den indledende geometriundervisning i 7. klasse.

- Der lagdes større vægt end hidtil på allerede i undervisningen at sætte matematikken i forbindelse med det, den skulle bruges til (jfr. den generelle indlednings ord om den "funktionelle oplæring"): Der skulle regnes med benævnte tal før abstrakte tal, "regnehistorier" indførtes som noget, børnene selv skulle producere, skønsommæssig beregning introduceredes, ligninger indførtes som noget, der kunne løse problemer, ikke blot som en isoleret form for matematik (jfr. ovenfor). Ligesom reformbevægelsen gik Den blå Betænkning altså ind for, at matematikken ikke blot skulle læres formelt, men også forstås - men i Den blå Betænkning idéverden skulle den ikke kun forstås som matematik, men nok så meget som redskab.

- Grænsen mellem geometri og talregning/aritmetik skulle opblødes. Inden den deduktive euklidiske geometri skulle der lægges en mere induktiv og eksperimenterende indføring i geometriens begreber, og grafisk afbildning/grafiske metoder indførtes på et tidligere trin end før, hvor de først dukkede op i "realklassen" (den ikke-gymnasiale 10. klasse, som kun et lille mindretal nåede til).

- Foraldet stof reduceredes: proportionslæren gled ud, regning med værdipapirer forenkledes.

- Men ikke et ord om mængder, formel logik eller abstrakt algebra!

#### "Ny matematik" i Danmark.

Samtidig med, at læseplanudvalget skrev Den blå Betænkning u- påvirket af den internationale reformbevægelse, var forskellige andre udviklinger i gang:

- I 1956 nedsatte statsministeren "teknikerkommissionen", der havde til formål at finde frem til det fremtidige behov for teknisk uddannede samt at skitsere rammerne for de uddannelser, der skulle dække behovet. Denne kommission fandt det (ligesom OEEC) nødvendigt at gøre en indsats for forbedring af matematikundervisningen allerede i folkeskolen; den mente, at dette forudsatte en intensiv videreuddannelse af folkeskolens lærere. I 1957 foreslog den der-

for oprettelse af et professorat i matematik ved Danmarks Lærerhøjskole, og inden et år var det på finansloven<sup>20)</sup>. Den støttede også i sin betænkning en betydelig udvidelse af Lærerhøjskolens muligheder for at give matematisk videreuddannelse (s. 66-67), og den henviser med bifald til OEEC's arbejde med at lade udarbejde materiale til brug ved videreuddannelse af bl.a. seminarielærere (s. 69). Indholdsmæssigt blandede teknikerkommissionen sig ikke mere, end OEEC's økonomiske eksperter havde gjort.

- Allerede omkring 1953 nedsattes på privat matematikerinitiativ "Danmarks Matematik Undervisnings Kommission", hvor den dynamiske professor Svend Bundgaard fra Århus Universitet halvtredserne igennem måske nok var hovedinspirator. Denne kommission opfattede sig selv som det danske led i den internationale reformbevægelse<sup>21)</sup>, og den var sammen med Lærerhøjskolens videreuddannelseskurser med til at formidle kendskabet til og propagandaen for den "nye matematik" i international forstand.

- Oven på den nye tidssvarende folkeskole skulle der bygges et nyt tidssvarende gymnasium. Professor Mogens Pihl, som var formand for det underudvalg af læseplanudvalget, der tog sig af matematikken, har berettet<sup>22)</sup>, at der i dette udvalg dels sad medlemmer uden nogen fastlagt mening om, hvorledes matematikken skulle moderniseres, dels en gruppe, som havde en meget fastlagt mening (i harmoni med den internationale reformbevægelse). I god overensstemmelse med socialpsykologiens love fik de mest målbevidste lov til at forfølge deres mål, og bestemmelserne om matematik i "Den røde Betænkning"<sup>23)</sup> indfører udtrykkeligt hele batteriet af reformmatematiske faggloser<sup>24)</sup>. Herom siger udvalget selv, at "Med optagelsen på emnelisten af en række almene hjælpebegreber fra mængdelære og algebra har udvalget ønsket at skabe en egnet ramme for en udvikling hen imod en nærmere kontakt imellem den undervisning, der gives i skolen, og den form, hvori nutidens matematik fremtræder" (s. 46, min understregning, JH) - en usædvanlig klar påpegnings af, at matematikreformen nok så meget drejede sig om en ændring af de sproglige udtryk, så de lignede aktuel forskning, som en ændring af det indholdsmæssige (indholdsmæssige ændringer var der dog også; deres hovedtendens er en udrensning i den traditionelle geometri og indførelse af vektorsprogbrug, dog uden det vektorprodukt, der gør den elementære vektorregning til mere end en ny sprogbrug!).

- Endelig var en del lærere og lærebogsforfattere på både gymnasie- og folkeskoleniveau gået i gang med forsøg og fornyelser på egen hånd, inspireret af den internationale reformbevægelse.

Med teknikerkommission og Lærerhøjskole, matematikundervisningskommission, reform af gymnasie matematikken og private initiativer var scenen sat i tressernes begyndelse: Det var alment accepteret, at matematikundervisningen i folkeskolen ikke kunne forblive der, hvor Den blå Betænkning havde sat den, hvis den skulle leve op til nye samfundsmæssige krav<sup>25)</sup>, og der var herudover temmelig bred enighed om, at den internationale reformbevægelses vej frem var den rette. Samtidig prægede Den blå Betænkningens forsigtige, alment-reformpædagogiske linje og dens interesse for en funktionel- og "livsnær" undervisning udviklingen omkring den aktuelle folkeskole matematik; der blev ikke tale om nogen direkte overtagelse af reformer udefra, men kun om en ganske kraftig inspiration til et arbejde, som blev bygget op på stedet.

Fra begyndelsen af tresserne kom Lærerhøjskolens matematiske institut for alvor i gang med en videreuddannelse af folkeskolelærere, som skulle kvalificere dem til matematisk set at "følge med" i matematikreformerne - i de første år med, hvad instituttets leder siden 1960, professor Bent Christiansen, selv karakteriserer som en noget "missionerende holdning"<sup>26)</sup>. Derved skabtes for det første én af forudsætningerne for, at en reform havde rimelig udsigt til at lykkes<sup>27)</sup>, for det andet en stadig voksende gruppe mennesker med indflydelse i folkeskolens dagligdag, som havde engageret sig selv for reformen, og som takket være metodefriheden kunne føre den ud i livet, efterhånden som læremidler kom til rådighed.

I 1960 nedsatte Nordisk Råds kulturkommission den "Nordiska Kommittén för Modernisering av Matematikundervisningen", som forestod og koordinerede forsøgsundervisning på reformbevægelsens grundlag i hele Skandinavien. I samarbejde med denne komité tilrettelagde Lærerhøjskolens matematiske institut i 1965-66 et forsøg, hvor 100 6. og 7.klasser undervistes i abstrakt algebra (i det hele taget koncentrerede staben på Lærerhøjskolen sig nok i de første mange år om de ældre børn i det omfang, deres arbejde overhovedet tog sigte på bestemte alderstrin). Samtidig foretog Agnete Bundgaard og Eeva Kyttä forsøgsundervisning under Nordiska

Kommittén i 1. og 2.klasse. Begge forsøg involverede den gruppe lærere, der var blevet videreuddannet i den "nye matematik"s forudsætninger på Lærerhøjskolen.

#### Den virkeliggjorte reform.

På grundlag af deres forsøgstekst startede Agnete Bundgaard og Eeva Kyttä i 1967 udgivelsen af en serie skolebøger inden for den nye strømning<sup>28)</sup>. De kom dog ikke først; allerede i 1966 påbegyndtes udsendelsen af den række, som vel til dato har været den nye folkeskole matematiks mest holdbare salgssucces, nemlig "Cort og Johannessen"<sup>29)</sup>. Årene 1966-67 er altså det tidspunkt, hvor den "nye matematik" i Danmark var flyvefærdig, også set fra forlagenes nøgterne synspunkt. De to lærebogssystemer illustrerer i øvrigt variationen inden for den danske "nye matematik". Agnete Bundgaard hørte om nogen i Danmark til matematikreformens etablerede kræfter (hun optræder allerede i Den blå Betænkningens liste over konsulenter, som repræsenterende Danmarks Matematikundervisningskommission), og hendes bøger kan nærmest karakteriseres som en helt regelret tilpasning af den mest professorale reformretning til det danske skolevæsens emnekrav. Cort og Johannessen må heroverfor betragtes som outsiders, som folk, der uden bemærkelsesværdig position inden for reformbevægelsen (Cort havde medvirket som menig lærer i algebraforsøget, det var alt) havde fanget, at der foregik noget, og dernæst havde ønsket at gøre noget selv. Deres bøger præges af fantasi; praktisk undervisningserfaring, kendskab til en masse simpel matematik, som de har lyst til at få ind i undervisningen, og idealer angående undervisningens formål, som ikke ligger ret langt fra Den blå Betænkningens. Hvor de pædagogiske problemer ved brugen af Agnete Bundgaards bøger snarest har ligget i, at de var for tørre og formelle, har Cort og Johannessen skabt vanskeligheder på grund af et alt for stort overskud af spralskhed<sup>30)</sup>.

De nye lærebogssystemer for de første klasser var en succes målt med det omfang, hvori de blev anvendt. Succesen er aldrig blevet fulgt op af tilsvarende succeser for "ny matematik" på 8.-10. klasses niveau, måske fordi det netop er her, det kræves, at skolen skal lære børnene at regne på en række specifikke emner, som harmonerer slet med "ny matematik". Alligevel markerede de nye bøger for de første klasser, at fremtiden tilhørte den "nye matema-

tik". Historien videre frem handler dels om dragning af konsekvenserne heraf, dels om udfyldning og justering af reformen.

De konsekvenser, der måtte drages, var af to slags. Den ene havde at gøre med læreruddannelsen. Det mandskabsmæssige grundlag for reformen var blevet skabt ved videreuddannelse, men med seminariebekendtgørelsen fra 1969<sup>31)</sup> blev det matematiske indhold i linjefagsuddannelsen indrettet efter den "nye matematik" i dens mest ortodokse internationale udformning, om end med et vist indhold af sandsynlighedsregning og statistik (et område, som den tidlige reformbevægelse som allerede nævnt havde gjort påfaldende lidt ved på trods af dens erklærede stræben efter en undervisning i samklang med moderne anvendelser af faget)<sup>32)</sup>.

Den anden konsekvensdragning gjaldt folkeskolens egne læseplaner. Reformen var slået igennem under Den blå Betænkningens paraply, som nok med god vilje kunne give plads for meget, men som bestemt ikke rummede "ny matematik" i sig som en naturlig konsekvens (og som måske netop heller ikke gav plads for "ny matematik" i 8.-10. klasse). End ikke de "Supplerende bemærkninger"<sup>33)</sup>, som i 1970 justerede Den blå Betænkning under hensyntagen til lørdagsfrihedens nedskårne timetal, foretog andet end en nedskæring af kravene<sup>34)</sup>. Først efter gennemførelsen af den gældende skolelov i 1975 blev der udarbejdet nye vejledende læseplaner<sup>35)</sup>, som direkte tog sigte på "ny matematik".

Udfyldningerne af reformen er foregået på i hvert fald fem niveauer:

- Ved den konkrete udformning af de netop omtalte konsekvensdragninger. Ved udformningen af seminariernes pensum tog den ortodokse, bourbakistiske retning et stik hjem, idet seminarierne i snart mange år har produceret lærere, for hvem det er denne retning, der udgør matematikken. Faghæftet og det bagvedliggende debatoplæg gjorde til gengæld noget for at bringe lidt pædagogisk eftertanke og reel hensyntagen til "moderne anvendelser" ind i foretagendet. Samtidig er der nok på 8.-10.klasses niveau kommet til at indgå nogle lidet funktionsduelige kompromiser af hensyn til nogle meget traditionelle eksamenskrav.

- Ved senere lærebogsudgivelser. Pladsen er ikke her til en detaljeret gennemgang, men jeg vil tillade mig uden belæg at hævde, at meget af, hvad der er udgivet (og ikke mindst Hej Matematik, den nærmeste konkurrent til Cort og Johannessen, hvad angår salg), er

kompromiser, der dels har villet forsøge at gøre noget for regnefærdigheden, dels rent faktisk har accepteret de bourbakistiske grundbegreber som stof, der skulle undervises i for dettes egen skyld - uanset alle forsikringer om, at de var effektive pædagogiske hjælpemidler og ikke formål for undervisningen.

- Ved den løbende debat om faget, der har fundet sted ikke mindst siden 1973, og i den metodediskussion, der er foregået bl.a. i bladet Matematik. Hverken debatten eller metodediskussionen har været domineret af bourbakistiske strømninger, snarere tværtimod. Men der er givet mangt et varmt forsvar for en undervisning, hvor børnene aktiviseres og eksperimenterer. Mange debattører har også accepteret et bourbakistisk indhold af undervisningen i den formning, at det var pædagogisk hensigtsmæssigt.

- Ved den virksomhed, der er udøvet af Lærerhøjskolens matematiske institut, som (i hvert fald efter en udenforståendes indtryk) arbejder for en pædagogisk motiveret ændring af, hvad man selv har været med til at sætte i gang: bort fra det bourbakistiske, hen mod en undervisning, der defineres mindre ud fra fagmatematikken og mere ud fra børnene og disses samspil med hinanden og med verden i øvrigt.

- Og endelig ved den konkrete udformning, som de enkelte seminarie- og folkeskolelærere har givet deres undervisning. Den er naturligvis alt for mangfoldig til at kunne karakteriseres.

#### Slutbemærkning.

Således ser i et kort rids, som nødvendigvis må negligere mange elementer af udviklingen, det forløb ud, som skabte den "nye matematik", sådan som den ser ud i dag. Som det gælder de fleste historiske processer, er der tale om et netværk, rummende en flerhed af undertiden konvergerende, undertiden modstridende tendenser, snarere end om en enkelt klar linje. På intet tidspunkt af processen har den frembragt en entydig "ny matematik", som mange måske har troet; på ethvert tidspunkt (og altså også i det nu, som i skrivende stund afslutter processen) har den "nye matematik" rummet flere forskellige facetter med hver deres udfordringer, hver deres muligheder og hver deres farer. Derfor er megen debat om den hidtidige "nye matematik" gået skævt, og derfor er yderligere debat om, hvor vi vil hen, og om, hvilke tendenser vi skal støtte, ikke



blot moralsk påkrævet. Den har også rimelige udsigter til at blive virkningsfuld, hvis vi gør os mangetydigheden klar i den virkelighed, vi har at gøre med.

Jens Høyrup

1. "Kontrarevolution i matematikundervisningen" lyder den alarmerende overskrift over en artikel om sagen (Gregor W. Pinney, "Counterrevolution in Math"; The Nation, 21. maj 1977, s. 625-627).
2. Der er én undtagelse. Første udgave af Cort & Johannessens Matematik er stadig i brug mange steder, men årsagen hertil skal søges i de kommunale budgetter. Forfatterne nuværende mening om, hvordan matematikundervisningen bør se ud, må man søge i den helt omarbejdede nye udgave.
3. Jeg bruger her som i alt følgende glosen "matematikundervisning" i bred betydning som omfattende også, hvad der traditionelt hedder regning.
4. Jfr. Morris Kline, Hvorfor kan Jørgen ikke regne?, s. 29, København: Gyldendal 1977.
5. OECD, The OECD at Work, s. 198; Paris 1964. Citeret efter Esben Sloth Andersen, Noter om Industri, Stat og Teknisk-Naturvidenskabelig Uddannelse, s. 76; København: DSF 1973.
6. Som note 5.
7. Professor Svend Bundgaard, i et telefonisk interview i 1973. Citatet nedskrevet efter hukommelsen umiddelbart efter samtals slutning.
8. Symptomatisk er et replikskifte, hvor et forslag til et undervisningsforløb på gymnasieniveauet angribes for at være for svært. Forslagets ophavsmand forsvare sig med, at "Jeg har ikke haft lejlighed til at gøre eksperimenter. Jeg har kun holdt en forelæsning på tre timer for nogle gymnasiaster". Dieudonné, en af reformens hovedpersoner, følger svaret op med at afvise pædagogiske eksperimenter som noget i konferencens sammenhæng uvæsentligt. I en senere diskussion efter et af ham selv fremlagt forslag til et forløb fremhæver Dieudonné, at den pædagogiske side af det "ikke skal diskuteres. Det væsentlige er slutproduktet. Vi skal undgå en kløft mellem skole og universitetet" (ICMI-seminar, Århus Universitet, 30.5-2.6, 1960; stencileret referat).
9. Således erindres forholdet af Bent Christiansen, professor ved Danmarks Lærerhøjskole, Matematisk Institut, og således virker også Hans Freudenthals indlæg i diskussionen på Århus-konferen-

cen.

10. Freudenthals kommentarer til diskussionen på samme konference indeholder bemærkningen, at "I øvrigt spørger jeg mig selv, om ikke målet for en fornyelse af matematikundervisningen snarere må være formalisering end aksiomatisering". Formalisering betyder anvendelse af symboler i stedet for dagligsprog, = i stedet for "heraf følger, at",  $\forall x \in R: x^2 \geq 0$  i stedet for "kvadratet på et reelt tal er altid større end eller lig med 0". Netop denne formalisering var også et mål for den øvrige gruppe. Kort fortalt adskilte de pædagogisk engagerede konference-deltagere sig fra de andre ved at lægge en større pædagogisk realitetssans for dagen, når det gjaldt om at realisere de mål, som stort set alle var enige om. De begrundede vel ikke som Dieudonné erstatningen af den traditionelle trekantgeometri med flytningsgeometri ud fra, hvad der blev anvendt i teoretisk kvantefysik, men de accepterede dog forslaget og gik aktivt ind for dets realisering.
11. En UNESCO-rapport om de vigtigste forsøgsprojekter før 1968 (uden for den socialistiske verden) beretter om 78 projekter. Kun hvert sjette af disse vedrører endnu på dette tidspunkt børneskolen (iflg. Stieg Mellin Olsen, Undervisningsprojekter i Matematikk, s. 12; Oslo: Universitetsforlaget 1970).
12. Specielt måske Zoltan Dienes' arbejde.
13. Strukturernes rolle for matematikken er undertiden blevet fremstillet som så afgørende, at man især i Vesttyskland ofte har betragtet den "nye matematik" som en speciel "strukturmatematikk".
14. Mens de altså i virkeligheden, polemisk sagt, spiller samme rolle, som den alfabetiske ordning og listen over forkortelser spiller i en ordbog.
15. Piaget er selv langt fra uskyldig i, at matematikreformatorerne har misopfattet hans matematiske billedsprog, som var det at forstå efter bogstaven. Han synes selv at være blevet fanget ind af sin succes inden for reformbevægelsen og udtalte så sent som i 1972 på en matematikundervisningskongres, at "7/8-årige .... fremviser en elementær ækvivalent til de tre 'moderstrukturer', som Bourbaki har opdaget", hvad der skulle "vise disse strukturers 'naturlige' karakter" (A.G. Howson (ed), Developments in Mathematics Education. Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education, s. 84. Cambridge University Press 1973).
16. Selv om mængdelære, relationer og flytningsgeometri er kommet ind i den "nye matematik" af pædagogisk dårlige eller irrelevante grunde, er det selvfølgelig muligt, at indførelsen af dem alligevel var en god idé - blind høne finder også et korn. Dette kan af pladsmæssige grunde ikke diskuteres her. Jeg kan henvise til mit skrift "Folkeskolens Matematik: En Overvejelse over Veje og Mål", s. 44-51 (Roskilde Universitetscenter, oktober 1977), og mere generelt til min artikel "On Some Implications of a Piagetian Theory of Intelligence for Mathematics Education" (Roskilde Universitetscenter, september 1976).
17. Undervisningsvejledning for folkeskolen. Betænkning nr. 253. København 1960 (mange senere optryk).

18. De refererede synspunkter findes på s. 22-29.
19. Der krævedes dog forståelse af problemstillingens sammenhæng og ikke kun algebraisk teknik, og det bemærkedes derfor, at eleverne burde "være i stand til at løse f.eks. simple tilbagegående problemer uden brug af ligning".
20. Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft (Teknikerkommissionens betænkning), s. 13, Betænkning nr. 229, København 1959)
21. I det omfang, det da overhovedet var muligt at opfatte sig som led i en bevægelse, der savnede enhver form for formel organisation og blot bestod af folk, der kendte hinandens eksistens og mente at have beslægtede mål. Men at Matematikundervisningskommissionen netop havde til formål at sørge for, at også Danmark var "med", fremgår af en episode, som Svend Bundgaard har berettet (i privat samtale). Ifølge Bundgaard fortalte Ole Rindung ham omkring 1953 om sine og Erik Kristensens planer om at skrive en gymnasie matematikbog, der lå inden for den gældende tradition, men blot skulle være bedre end de eksisterende. Bundgaard overtalte dem til at udskyde projektet, til de havde sat sig ind i, hvad der var ved at udvikle sig udenlands.
22. Privat samtale.
23. Det Nye Gymnasium. Betænkning nr. 269. København 1960 (køle-navnet efter omslagets farve).
24. Betænkningen foreskriver dog kun dette batteri på den matematiske linje, ikke på den sproglige (jfr. s. 58-59 og 88-98). I lærebøgerne og den faktiske undervisning blev behandlingen af de to linjer dog ret ens på dette punkt, som det da også kommer til udtryk i den reviderede bekendtgørelse (Undervisningsministeriets bekendtgørelse nr. 322 af 16. juni 1971, § 18, II).
25. Også Den blå Betænkning selv havde understreget som gældende for fagene generelt, at "i en tid, hvor alle sider af tilværelsen er underkastet hurtigt på hinanden følgende ændringer som en følge af den moderne tekniske udvikling", vil det "være nødvendigt at betragte læseplansrevisioner som en løbende proces" (s. 29).
26. Privat samtale.
27. Man kunne forestille sig, at en videreuddannelse af lærerkorpsen også var en nødvendig forudsætning for, at nogen ville føre en reform ud i livet. International erfaring viser dog, at dette ikke er tilfældet - bl.a. i Vesttyskland dekretedes den "ny matematik" i 1968 over for et næsten totalt uforberedt lærerkorps (Hans Andresen, "Tendenser i matematikundervisningen. Et forsøg på en sammenligning af de senere års udvikling i Vesttyskland og i Danmark", s. 86; i Dansk Skoleforening for Sydslesvig, Årsberetning nr. 51 (1974/75), s. 74-90).
28. Agnete Bundgaard (for 1. og 2. klasses vedkommende med Eeva Kyttä), Matematik/Regning. København: Gyldendal, fra 1967.
29. Jørgen Cort og Erik Johannessen, Matematik. København: Gjellerup, fra 1966.
30. Dels har lysten til alt det spændende beskåret pladsen til de nødvendige træningsopgaver for stærkt, dels er bøgerne så livlige, at de for de svagere elever let kan virke mere flimrende

end varierede.

31. Undervisningsministeriets bekendtgørelse af 19. juni 1969, "Bekendtgørelse om uddannelse af lærere til folkeskolen".
32. Med den nye bekendtgørelse fra 1975 er også formuleringen af fællesfaget regning definitivt blevet indrettet efter "ny matematik" af temmelig bourbakistisk tilsnit samtidig med, at linjefaget viser antydninger af frigørelse fra denne retning.
33. "Supplerende bemærkninger til de vejledende læseplaner", udsendt af Folkeskolens Læseplanudvalg i 1970.
34. Dog nævnes lige netop muligheden af at inddrage mængdelære i begynderundervisningen og elementær geometri på de første klassetrin.
35. Undervisningsvejledning for Folkeskolen nr. 15 (Regning/Matematik), Undervisningsministeriet 1976.  
Dette "faghæfte" er resultatet af en temmelig langvarig diskussion med udgangspunkt i et oplæg skrevet af folk fra staben på Lærerhøjskolens matematiske institut: Bent Christensen m.fl., Folkeskolens Matematikundervisning. Et debatoplæg, København: Munksgaard 1973.