Prioritetskøer ved »heap«, simulering

Yet another teknik til at repræsentere mængder
Hvor hashtabellen fremviste:

- Konstant tid for finde og indsætte
- men ingen »sortering« af elementerne

har vi for »heap« eller »hob«

- konstant tid for at finde minimum *ikke meningsfyldt for hashing!!*
- indsætte logaritmisk
- slette minimum logaritmisk

Også interessant fordi

- elegant og overraskende teknik for repræsentation af træer

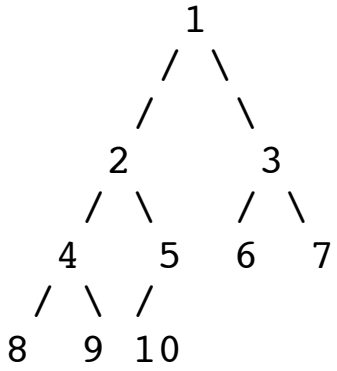
Dagens program

- Princippet, folde binært træ sammen i array
- Indsætte og slette ved at lade elementer sive ned eller op i træet
- andre operationer
- En afledt sorteringsmetode: Smid elementerne i en hob og træk dem ud igen
- Vigtig anvendelse »discrete-event simulation«
    - kommende begivenheder sættes i kø, prioriteret efter tid

NB: »heap« bruges også om et lagerareal for dynamisk oprettelse af objekter, dvs. »new xxxx«

Repræsentation af fuldstændigt binært træ i array

Definition: Et *fuldstændigt binært træ* er lige dybt over det hele bortset fra nederste etage, som er fyldt fra venstre mod højre.



Nummerering antyder mulig placering i array:

-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				

venstre deltræ = * 2

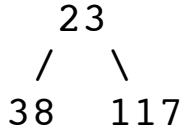
højre deltræ = *2 +1

over-knude = / 2 og rund ned

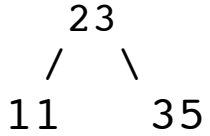
(Der er sgi' da smart)

Træet ovenfor er ikke en binær hob.

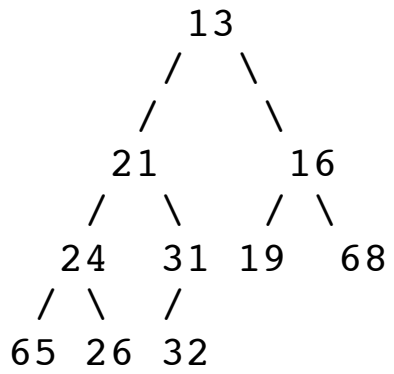
Definition: En *binær hob* er et fuldstændigt binært træ hvor, for hver knude ved værdi k, er enhver værdi i undertræerne ≥ k.



Bemærk: en anden egenskab end det binære søgetræ



Eksempel på binær hob og repræsentation i array



-	13	21	16	24	31	19	68	65	26	32				

Tydeligvis ikke sorteret — men en svagere egenskab, som er nemmere at vedligeholde

Operationer:

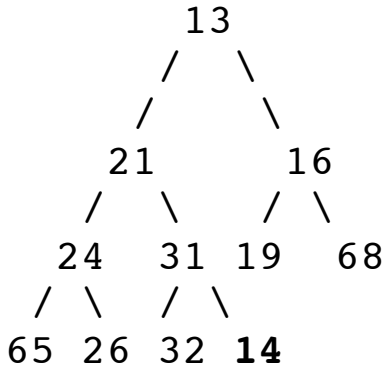
findMin() ≈ return array[1] :)

deleteMin() ≈ slette array[1] og ryste strukturen så egenskaben kommer på plads igen

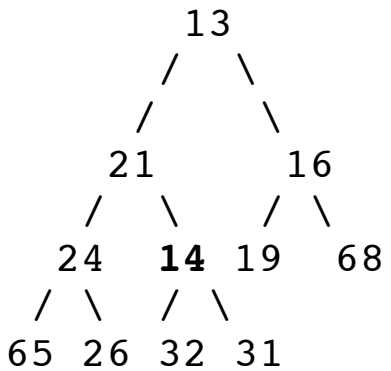
insert(X) ≈ placere i bunden og skubbe op indtil pengene passer

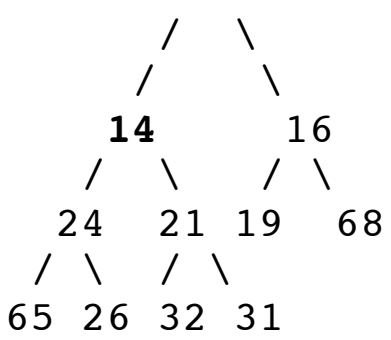
Indsættelse i binær hob

1) Indsætte på næste ledige plads



2) Så længe der er knas med overboen, byt med ham:

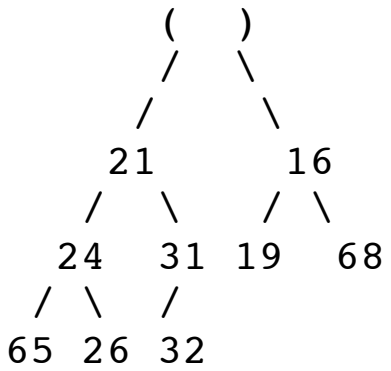




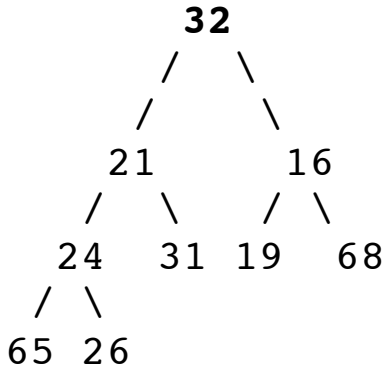
Det var da nemt ≈ indlysende logaritmisk tid

At fjerne mindste element i binær hob

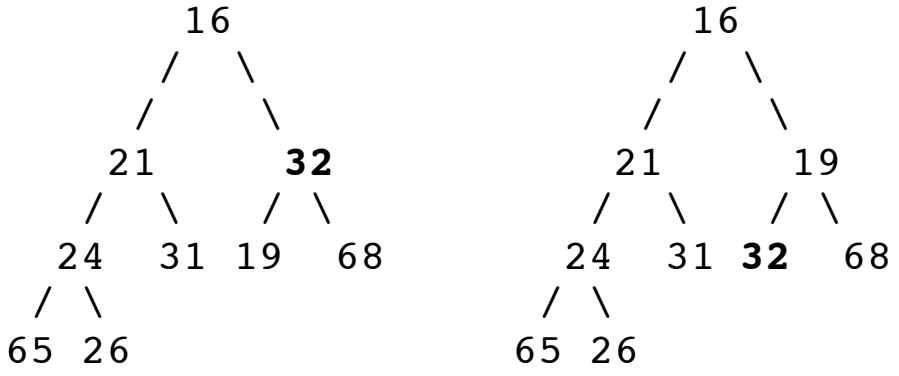
1) Fjern det



2) Tag gamle »sidste« element og placer i toppen



2) Så længe der er knas med underboerne, byt med den mindste af dem



Det var da også nemt ≈ indlysende logaritmisk tid

At oversætte dette til Java

I hvilken kontekst?

Som implementation af en *generisk* prioritetskø, **ergo:**

```
public interface PriorityQueue
{   ....
    Comparable findMin( );

    Comparable deleteMin( );

    void insert( Comparable x );  //Forenklet i forhold til bogen

    boolean isEmpty( );

    void makeEmpty( );

    int size( );   }
```

```
public class BinaryHeap implements PriorityQueue
{  // metoder og konstruktorer...

    private static final int DEFAULT_CAPACITY = 100;

    private int currentSize;      // Number of elements in heap

    private Comparable [ ] array; // The heap array
   }
```

Indsættelse i binær hob - i Java

```
public void insert( Comparable x )  //forenklet i forhold til bogen
   {  if( currentSize + 1 == array.length )
         doubleArray( );
      int hole = ++currentSize;
      array[ 0 ] = x;    // uden betydning, men forenkler løkken:

      for( ; x.compareTo( array[ hole / 2 ] ) < 0; hole /= 2 )
         array[ hole ] = array[ hole / 2 ];
      array[ hole ] = x;  }
```

Obs: Vi venter med at placere det nye element før vi ved hvor det skal ende.

At fjerne det mindste element

```
public Comparable findMin( )
   { if( isEmpty( ) ) throw new UnderflowException( "Empty binary heap" );
      return array[ 1 ]; }

public Comparable deleteMin( )
   {  Comparable minItem = findMin( );
      array[ 1 ] = array[ currentSize-- ];
      percolateDown( 1 );
      return minItem; }


private void percolateDown( int hole )
   {  int child;
      Comparable tmp = array[ hole ];

      for( ; hole * 2 <= currentSize; hole = child )
      {  child = hole * 2;
        // find underbo med mindste værdi:
         if( child != currentSize &&
                array[ child + 1 ].compareTo( array[ child ] ) < 0 )
            child++;
        // hvis knas med den underbo, simuler et bytning
         if( array[ child ].compareTo( tmp ) < 0 )
            array[ hole ] = array[ child ];
         else
            break; }
      array[ hole ] = tmp; }
```

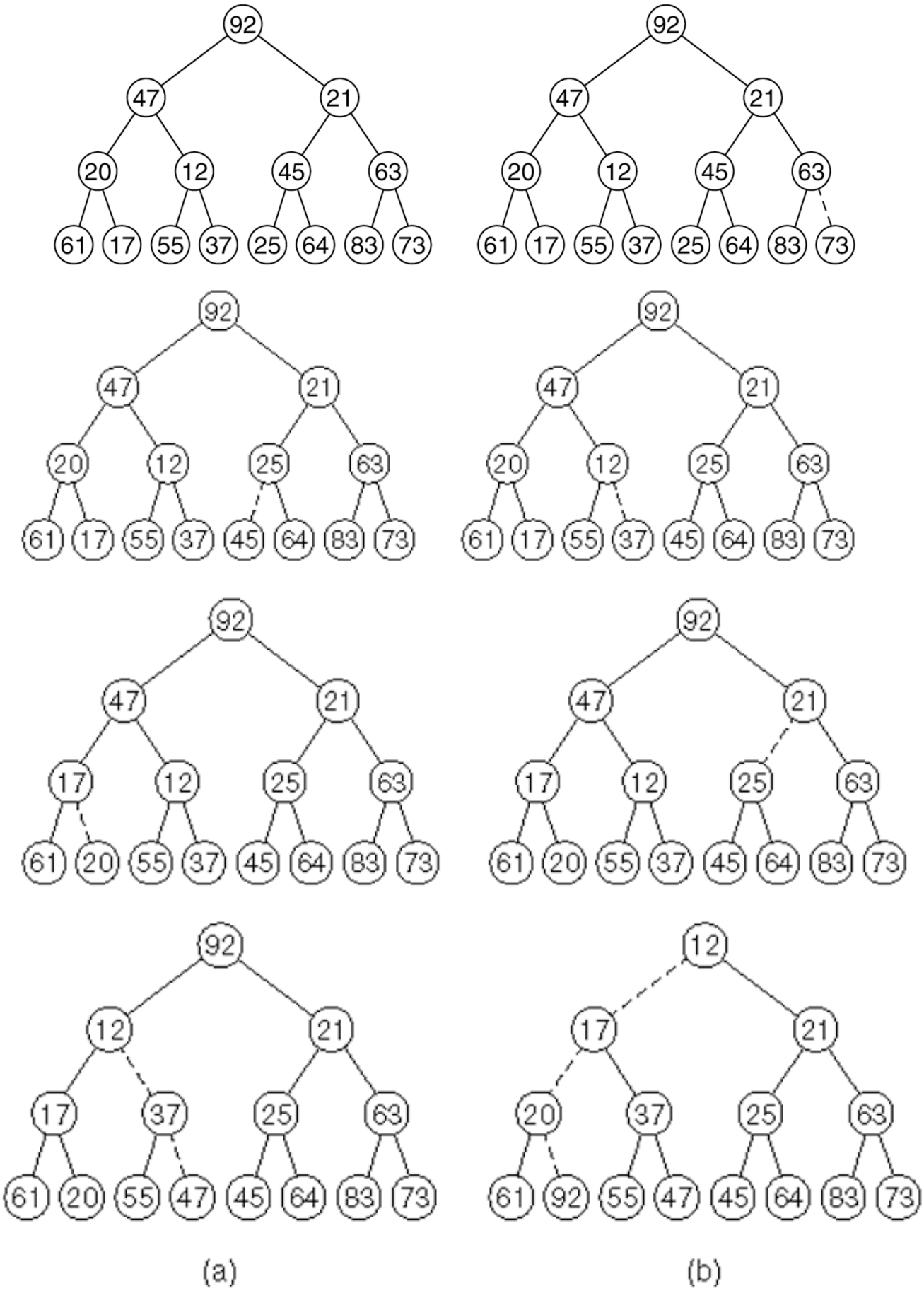
OBS: Det nedsivende element placeres først i array når vi ved, hvor det skal ende!

At skabe en hob ud fra et samling elementer:

```
public BinaryHeap( Comparable [ ] items )
   {  currentSize = items.length;
      array = new Comparable[ items.length + 1 ];

      for( int i = 0; i < items.length; i++ ) array[ i + 1 ] = items[ i ];
      buildHeap( );    }

private void buildHeap( )
   { for( int i = currentSize / 2; i > 0; i-- )
         percolateDown( i ); }
```



En god matematiker kan vise dette liniært i antal knuder!

Heapsort ≈ garanteret O(n log n) ~ gennemsnit og værste fald

Quicksort gennemsnitlig O(n log n)
— — — værste fald $O(n^2)$, men i praksis hurtigere end Heapsort

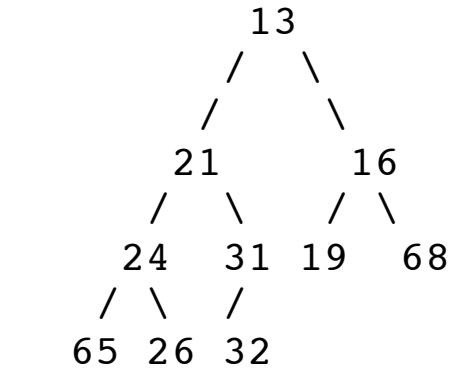
En version som sorterer i omvendt rækkefølge og undgår celle 0:

```
public static void heapsort( Comparable [ ] a )
   { BinaryHeap b = new BinaryHeap(a);
     for( int i = a.length - 1; i > 1; i-- )
        a[i] = b.deleteMin(); }
```

a:

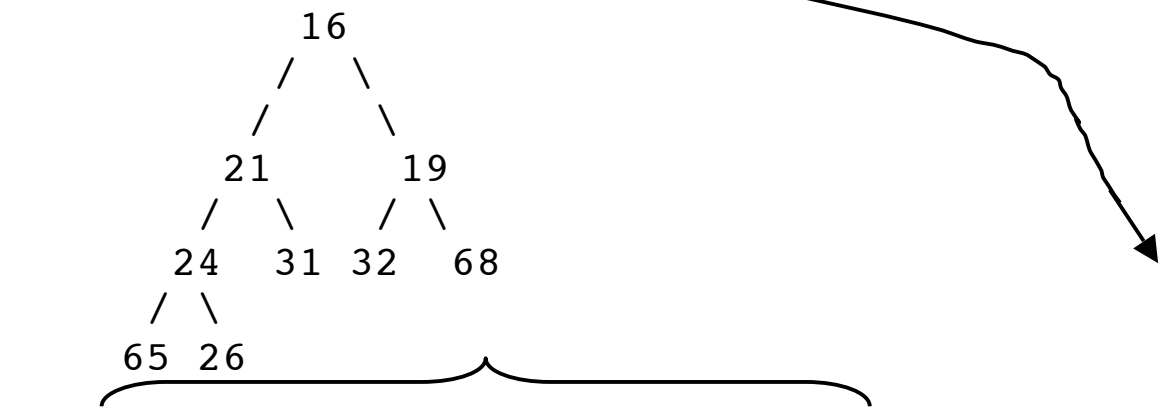
32	19	24	65	21	16	13	31	26	68

b umiddelbart efter new:



-	13	21	16	24	31	19	68	65	26	32

b umiddelbart efter første iteration:



-	16	21	19	24	31	32	68	65	26	-

Rigtig sortering med heapsort:

- Benyt oprindelig array
- Juster overknude/underknude beregninger så de arbejder med roden i celle 0
- I stedet for en »minimumsheap« benyt en »maximumsheap«
- Indret nedsivningsmetoden efter det
    - test > og ikke <
    - lidt + og – 1...

Eksempel på anvendelse af prioritetskø: »discrete-event simulation«

Tid simuleret ved eksplicit tal

Begivenhed ≈
- finder sted på et bestemt tids*punkt*;
- kan ændre tilstandsvariable
- kan generere nye, fremtidig begivenheder

Elementerne i køen:
Begivenheder som vil ske i den nærmeste fremtid

Algoritme

```
Initialiser variable;
BinaryHeap begivenhedsKø = new BinaryHeap;
begivenhedsKø.insert( new Begivenhed(noget-som-starter-det-hele));

while(!begivenhedsKø.empty() && !vi-gider-ikke-mere)
  { Begivenhed B = begivenhedsKø.deleteMin();
    //udfør B:
    if( B er xxxx) { .... }
    else if(B er yyyy) {...}
    ....
   else {...} }
```

Eksempel: Posthus
Tilstandsvariable: Antal kunder i kø, antal kasser, antal ledige kasser
Begivenheder: Ny kunde ankommer
Antal kunder i kø tælles én op;
vha tilfældighedsgenerator generes næste kundeankomst (lidt ude i fremtiden)
Kundeekspedition starter
Antal-ledige kasser tælles én ned;
vha tilfældighedsgenerator generes tidspunkt for begivenhed at ekspedition afslutter
Kundeekspedition afslutter .....

Eksempel: Simulering af jernbanedrift

Jernbanenettet opdeles i diskrete delstrækninger svarende til f.eks. 200m skinne.

Begivenheder:

Tog X kører ind på strækning Y med fart Z kl. T

Skiftespor skiftes sådan og sådan kl. T

Tog X passerer skiftespor Y kl. T

Tog X standser på station Y kl. T

Tog X starter fra station Y i retning Z kl. T

Hvad kan undersøges ved simulering:

Sikkerhed: Katastrofe defineres hvis to tog befinder sig på samme delstrækning

Robusthed for driftsforstyrrelser:
Hvis et givet tog går i stå i Valby 10 min i morgemyldretiden, hvordan forplanter det sig til resten af togdriften?

Eksempel fra bogen: En samling modems som studerende ringer op til for at komme på nettet

- Studerende ringer op tilfældigt
- Hvis der er ledigt modem, får de et; ellers duttes optaget

Input til simulering:

- Antal modems ialt
- Sandsynlighedsfordeling for opkaldsforsøg
- Sandsynlighedsfordeling for hvor lang tid opkaldene varer
- Hvor lang tid simuleringen kører

Eksempel på udskrift:

User 0 dials in at time 0 and connects for 1 minute
User 0 hangs up at time 1
User 1 dials in at time 1 and connects for 5 minutes
User 2 dials in at time 2 and connects for 4 minutes
User 3 dials in at time 3 and connects for 11 minutes
User 4 dials in at time 4 but gets busy signal
User 5 dials in at time 5 but gets busy signal
User 6 dials in at time 6 but gets busy signal
User 1 hangs up at time 6
User 2 hangs up at time 6
User 7 dials in at time 7 and connects for 8 minutes
User 8 dials in at time 8 and connects for 6 minutes
....

Modellen forenklet, ingen tilfældighed på opkaldshyppighed, ét hvert minut.

At beskrive simuleringsklasse med events i Java:

```
public class ModemSim
{
   private static class Event implements Comparable
   { static final int DIAL_IN = 1;
      static final int HANG_UP = 2;

      public Event( ) { this( 0, 0, DIAL_IN );}

      public Event( int name, int tm, int type )
      { who  = name; time = tm; what = type;}

      public int compareTo( Object rhs )
      { Event other = (Event) rhs;
         return time - other.time; }

      int who;       // the number of the user
      int time;      // when the event will occur
      int what;      // DIAL_IN or HANG_UP  }

   private Random r;              // A random source
   private PriorityQueue eventSet;   // Pending events
   private int freeModems;          // Number of modems unused
   private double avgCallLen;       // Length of a call
   private int freqOfCalls;         // Interval between calls
```

// **Konstruktor≈ at initialisere tilstand**

```
public ModemSim( int modems, double avgLen, int callIntrvl )
   {  eventSet    = new BinaryHeap( );
      freeModems  = modems;
      avgCallLen  = avgLen;
      freqOfCalls = callIntrvl;
      r           = new Random( );
      nextCall( freqOfCalls );  // Schedule first call
   }
```

//En lille hjælper: Generel et opkald, sæt i kø op gør parat til næste

```
    private int userNum = 0;
    private int nextCallTime = 0;

    private void nextCall( int delta )
    {  Event ev = new Event( userNum++, nextCallTime, Event.DIAL_IN );
       eventSet.insert( ev );
       nextCallTime += delta; }
```

// og den der gør arbejdet:

```
public void runSim( long stoppingTime )
    {  Event e = null;
       int howLong;
       while( !eventSet.isEmpty( ) )
       { e = (Event) eventSet.deleteMin( );
         if( e.time > stoppingTime ) break;
         if( e.what == Event.HANG_UP )    // HANG_UP
          {  freeModems++;
             System.out.println("User "+e.who+" hangs up at time "+e.time);}
          else     // DIAL_IN
          { System.out.print("User "+e.who+" dials in at time "+e.time+" " );
             if( freeModems > 0 )
             {   freeModems--;
                 howLong = r.nextPoisson( avgCallLen );
                 System.out.println("and connects for "+howLong+" minutes");
                 e.time += howLong;
                 e.what = Event.HANG_UP;
                 eventSet.insert( e ); }
             else
                 System.out.println( "but gets busy signal" );

             nextCall( freqOfCalls ); }}}

public static void main( String [ ] args )
    { ModemSim s = new ModemSim( 3, 5.0, 1 ); s.runSim( 20 ); }
```

Opsummering for idag:

- Prioritetskø implementerer ved »binary heap«
- Elegant måde at pakke træer ned i arrays — undgå alle de referencer
- Effektiv tilgang: op-ned »*« og »/« med 2; højre-venstre ± 1

Anvendelser

- Yet-another-sorteringsalgoritme
- Simulering: Kø ≈ fremtidige begivenheder som venter på at blive udført
- Alt hvad der handler om jobafvikling: Printjobs, processer i et operativsystem, ...

Slutbemærkinger om Java-delen af kurset

- Nu har vi været rundt om et udvalg af datastrukturer og algoritmer; dækkende for de vigtigste arter
- Hvordan det set ud i et objektorienteret, specifik Java
- Hvordan pakker af ting man skal bruge igen-og-igen struktureres i Javas API
- En idé om hvordan det er at skrive store systemer i Java.

Vi slutter af med et par gange om noget helt andet

Prolog ≈ et programmeringssprog som aldeles ikke er objektorienteret!

- Kompakt og langt større udtrykskraft
- Laboratoriesprog mere end til udvikling af programmer til uovervåget drift