

## Stakke, køer og lidt om hængede lister

- kapitel 16 og 17

Hvorfor?

- Fundamentale datastrukturer man får brug for igen og igen
- Et indblik i Java Collections API

Dagens program:

Stakke

- eksempler på anvendelse
- implementation i Java vha. arrays

Køer (nej, ikke sådan nogen, der siger muuuuuuuuh)

- eksempler på anvendelse
- implementation i Java vha. "cirkulært" array

Hængede lister — "tungere" end arrays men ultimativ fleksibilitet

- enkelthægtet
- dobbelthægtet

Meget kort om prioritetskøer

[specielt interesserede kan læse kap. 21]

## Datastrukturen en stak:

Implementerer først-ind–sidst-ud samling af objekter:

Mindst følgende metoder

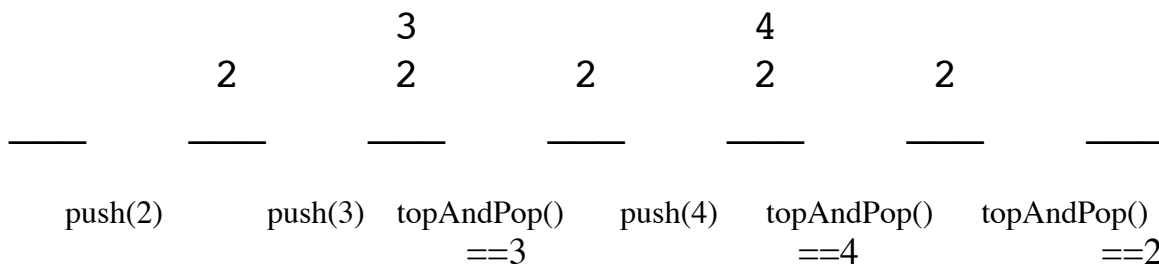
void push(Object x) — lægger x på stakken

Object topAndPop() — returnerer ”øverste” element på stak.  
(kaldes andre steder ofte blot ”pop”)

Forståelse af stak ud fra operationerne:

```
push(a); push(b); topAndPop() == b; topAndPop() == a;
```

Forståelse ud fra model:



## Velegnet til ting som er indlejret i hinanden:

**Rekursive metoder** implementeres ved stak:

- metodekald: ”push” plads til parametre og lokale variable
- returhop: ”pop”, dvs. glemme alt om kald og **gå tilbage til gammel tilstand**

## Håndoptimering af rekursive metode:

Ofte relevant hvis compiler spilder unødigt meget overhead på rekursive procedurekald:

Vedligehold en lokal stak svarende til lokale variable og parametre

**God opgave:** Afskaf rekursionen i quicksort mod at indføre en stak

## Anvendelse af stak til syntaksgenkendelse af programmeringssprog:

Eksempel på grammatik med matchende paranteser (ingen operatorer):

```
<udtryk> ::= 1 | 2 | 3 | ... | 9  
           | '(' udtryk ')'  
           | '{' udtryk '}'  
           | <udtryk> <udtryk>
```

Følgende er eksempel på udtryk (1 2) {4(5 6) {7} }

Algoritme for genkendelse:

```
t = læs_et_tegn();  
while(true) {  
    if(er_et_ciffer(t)) ; //skip  
    else if(t=='(') if(topAndPop()!='(') fejl;  
    else if(t=='{') if(topAndPop()!='{') fejl;  
    else push(t);  
    if (!flere-tegn-at-læse()) break;  
    t = læs_et_tegn();};  
if(stakken-er-tom) det_gik_godt; else det_gik_skidt;
```

NB: kan også implementeres ved rekursion

## Anvendelse af stak: Enhver compiler benytter en regnestak

At udregne  $1 + 2 * 3 * (4 + 5)$ :

```
push 1;
push 2;
push 3;
mult; // ≈ push( topAndPop() * topAndPop() )
push 4;
push 5;
add; // ≈ push( topAndPop() + topAndPop() )
mult; // ≈ push( topAndPop() * topAndPop() )
add; // ≈ push( topAndPop() + topAndPop() )
// resultatet er på stakken
```

I praksis:

- De øverste dele af stakken opbevares i regneregistre og resten i RAM
- Push, add, mult osv. findes som maskininstruktioner
- ... men compilere producerer ofte mellemkode som ser ud som overfor

## Implementation af en generel stak i Java (jvf. bogen s. 514 ff)

- benytter et array som fordobles ved overløb

```
public class ArrayStack implements Stack
{ public ArrayStack( )
    {theArray = new Object[ DEFAULT_CAPACITY ]; topOfStack = -1;}

    public boolean isEmpty( ) { return topOfStack == -1;}

    public void makeEmpty( ) { topOfStack = -1; }

    public Object top( )
    { if( isEmpty( ) ) throw new UnderflowException( "ArrayStack top" );
      return theArray[ topOfStack ]; }

    public void pop( )
    { if( isEmpty( ) ) throw new UnderflowException( "ArrayStack pop" );
      topOfStack--; }

    public Object topAndPop( )
    { if( isEmpty( ) ) throw new UnderflowException( "ArrayStack topAndPop" );
      return theArray[ topOfStack-- ];}

    public void push( Object x )
    { if( topOfStack + 1 == theArray.length ) doubleArray( );
      theArray[ ++topOfStack ] = x;}

    private void doubleArray( )
    { Object [ ] newArray;
      newArray = new Object[ theArray.length * 2 ];
      for( int i = 0; i < theArray.length; i++ ) newArray[ i ] = theArray[ i ];
      theArray = newArray;}

    private Object [ ] theArray;
    private int topOfStack;
    private static final int DEFAULT_CAPACITY = 10; }
```

# Køer

(simple kø; ikke prioritetskø som er noget andet)

Implementerer først-ind–først-ud samling af objekter:

Mindst følgende metoder

void enqueue(Object x) — stiller x i køen

Object dequeue() — returnerer ”forreste” element i køen

Forståelse af stak ud fra operationerne:

enqueue(a); enqueue(b); dequeue() == a; dequeue() == b;

Forståelse ud fra model:

enqueue(a)	enqueue(b);	dequeue() == a	dequeue() == b	
<>	<a>	<b,a>	<b>	<>
tom	forrest=bagest=a	forrest=a bagerst=b	forrest=bagerst=b	forrest: ? bagest. ?

Anvendelser:

- som hjælpere for andre algoritmer, f.eks. korteste vej, topologisk sortering
- simulering af fysisk kø
- afvikling af printerjobs
- datanetværk: ophobning af ikke modtagne pakker
- ....

## Implementation ved cirkulært array:

”cirkulært”  $\approx$  hvordan vi tænker på det!

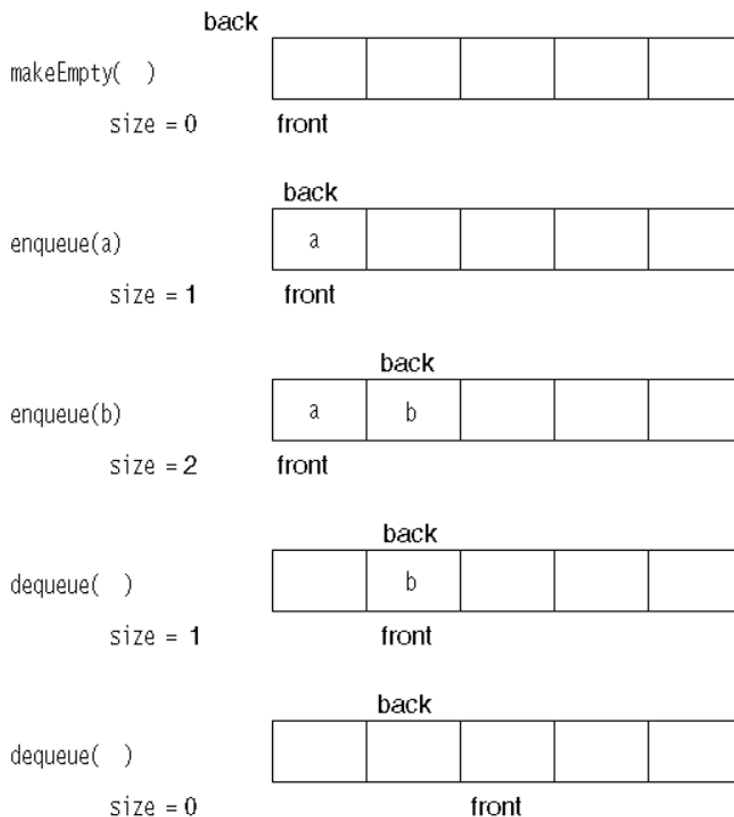
```
public class ArrayQueue implements Queue
{ public ArrayQueue( )
  { theArray = new Object[ DEFAULT_CAPACITY ]; makeEmpty( );}
  public void makeEmpty( )
  { currentSize = 0; front = 0; back = -1; }

  public Object dequeue( ) { .... }

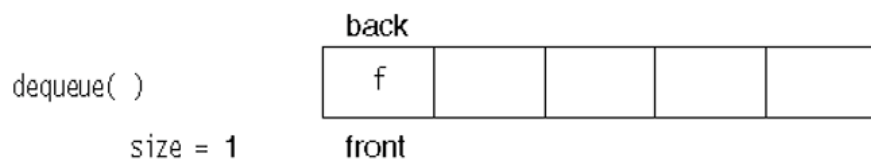
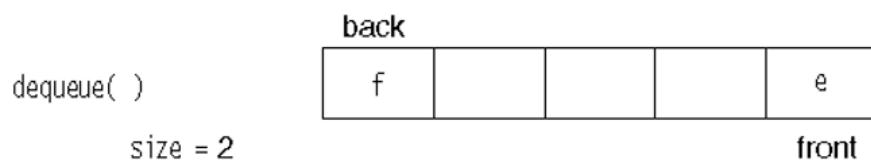
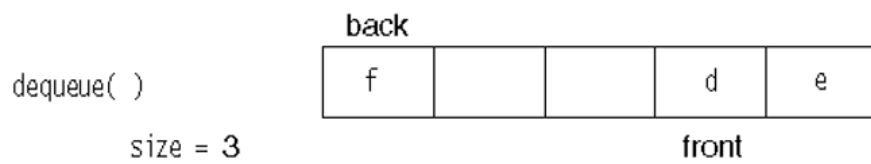
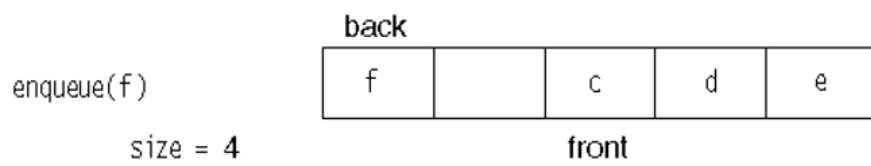
  public void enqueue( Object x ) {.....}

  private Object [ ] theArray;
  private int     currentSize;
  private int     front;
  private int     back;

  private static final int DEFAULT_CAPACITY = 10;}
```



## ”Cirkulært” array





## Implementation af metoder i Java

```
public class ArrayQueue implements Queue
{ public ArrayQueue( )
  {theArray = new Object[ DEFAULT_CAPACITY ]; makeEmpty( );}

  public boolean isEmpty( ) { return currentSize == 0;}

  public void makeEmpty( ) { currentSize = 0; front = 0; back = -1; }

  public Object dequeue( )
  {if( isEmpty( ) )
    throw new UnderflowException( "ArrayQueue dequeue" );
   currentSize--;
   Object returnValue = theArray[ front ];
   front = increment( front );
   return returnValue; }

  private int increment( int x )
  { if( ++x == theArray.length ) x = 0; return x; }

  public Object getFront( )
  { if( isEmpty( ) )
    throw new UnderflowException( "ArrayQueue getFront" );
    return theArray[ front ];}

  public void enqueue( Object x )
  { if( currentSize == theArray.length )
    doubleQueue( );
    back = increment( back );
    theArray[ back ] = x;
    currentSize++; } }
```

```

private void doubleQueue( )
{ Object [ ] newArray;
  newArray = new Object[ theArray.length * 2 ];
  // Copy elements that are logically in the queue
  for( int i = 0; i < currentSize; i++, front = increment( front ) )
    newArray[ i ] = theArray[ front ];
  theArray = newArray;
  front = 0;
  back = currentSize - 1; }

private Object [ ] theArray;
private int     currentSize;
private int     front;
private int     back;

private static final int DEFAULT_CAPACITY = 10;
}

```

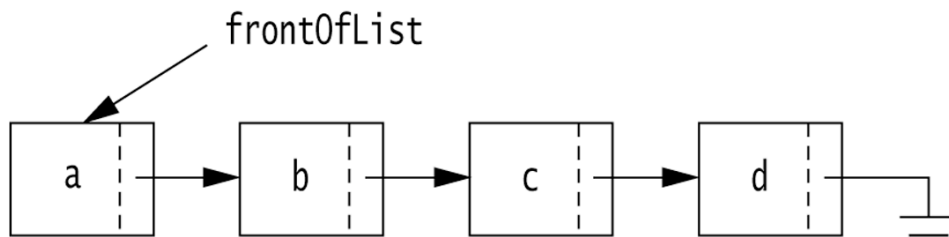
## Hægtede lister, den grundlæggende idé:

Fleksibel datastruktur, som kan implementere stakke, køer med videre med udvidede metoder

Vigtigste egenskab: Der kan indsættes og slettes hvor som helst i listen

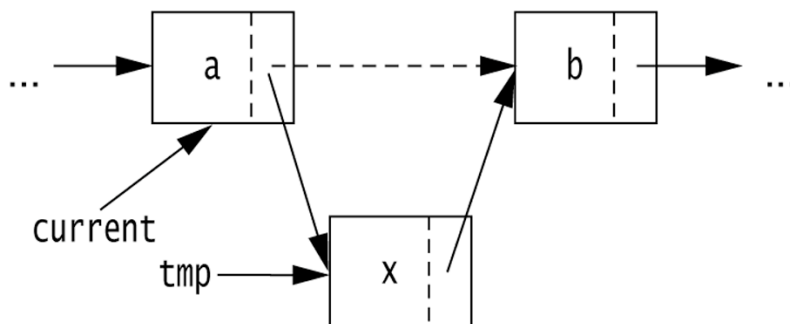
### Eksempel:

```
class ListNode {  
    Object element;  
    ListNode next;  
  
    public void ListNode(Object e, ListNode n)  
        {element=e; next=n;} }
```



At indsætte objekt x vilkårligt sted i listen udpeget ved reference "current":

```
current.next = new ListNode(x, current.next);
```



At slette element efter "current":

```
current.next = current.next.next;
```

## Hægtede lister i Java (Collections API)

NB: Bogens version, lidt anderledes end Collections!

Kombinerer tre klasser:

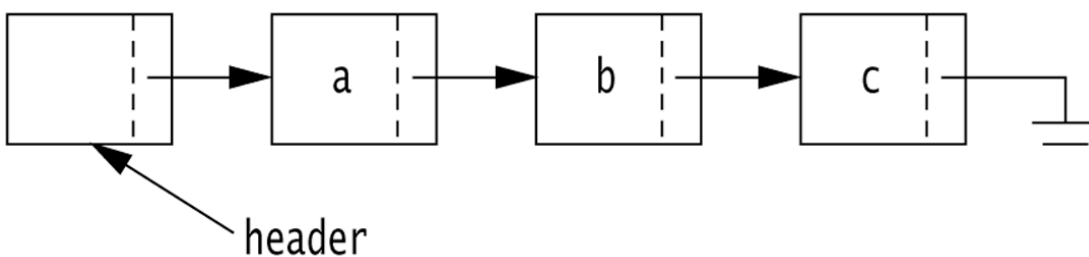
- listelementer: ListNodes som holder Object'er
- LinkedListIterator (som ikke er en udvidelse af Iterator)
  - generaliseret "position i listen"
- LinkedList: En liste som selvstændigt objekt,
  - implementation "List" som er impl. af Collection

```
class ListNode {  
    public ListNode( Object theElement ) {this( theElement, null );}
```

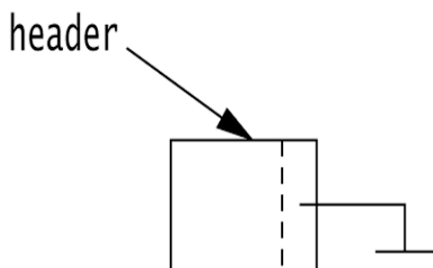
```
    public ListNode( Object theElement, ListNode n )  
    { element = theElement; next = n;}
```

```
    public Object element;  
    public ListNode next;}
```

```
public class LinkedList {  
    public LinkedList( ) {header = new ListNode( null );}  
    // methods  
    private ListNode header; }
```



Tom liste:



## Formål med header-element:

For at forenkle implementation af metoder:

Den tomme liste ligner en hver anden liste, f.eks. indsættelse.

## Indsættelse.... indsætte hvor?

LinkedListIterator, krydsning mellem

- Iterator ~ den generaliserede for-sætning
- Listeposition for indsættelse og sletning m.v.

```
public class LinkedListIterator {
    LinkedListIterator( ListNode theNode ) {current = theNode;}
    public boolean isValid() {return current != null;}
    public Object retrieve() {return isValid() ? current.element : null;}
    public void advance() {if(isValid()) current=current.next;}
    ListNode current; }

public class LinkedList {
    public LinkedList() { ... }
    public boolean isEmpty() { ... }
    public LinkedListIterator zeroth(){return new LinkedListIterator(header);}
    public LinkedListIterator first(){return new LinkedListIterator(header.next);}

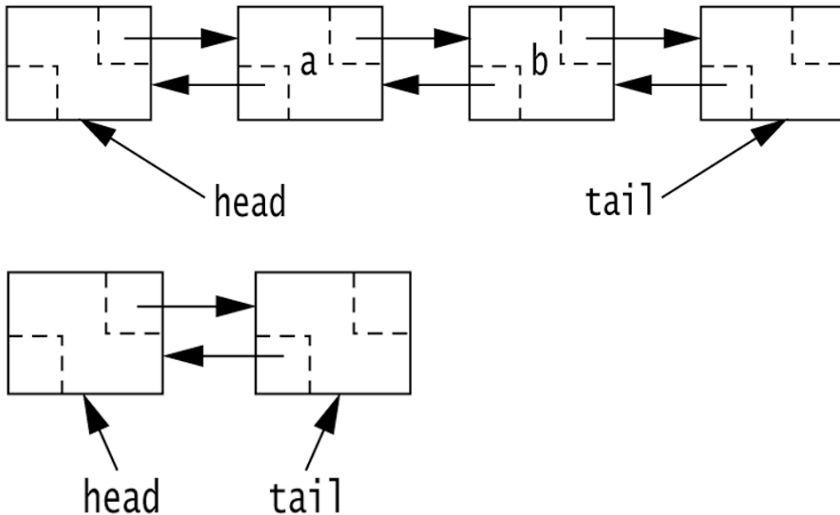
    public void insert( Object x, LinkedListIterator p ) {
        if( p != null && p.current != null )
            p.current.next = new ListNode( x, p.current.next );}

    public LinkedListIterator find( Object x ) {
        ListNode itr = header.next;
        while( itr != null && !itr.element.equals( x ) ) itr = itr.next;
        return new LinkedListIterator( itr ); }

    public void remove( Object x ){
        LinkedListIterator p = findPrevious(x); // ref. to element before x
        if(p.current.next!= null)
            p.current.next = p.current.next.next; }} // Bypass deleted node
```

## Variationer:

### Dobbelthægtede lister:



Fordel:

Vi kan rykke iterator frem **og tilbage** på konstant tid

Omkostning:

Fylder en reference mere pr. knude;

Indsætte, slette tager ca. 2 x længere tid.

### Sorterede lister

SortedList extends LinkedList

Udvider med metode insert( Comparable x),

- som (ifølge sagens natur) må tælle sig ca. halvvejs gennem listen

Kombinerer listens fleksibilitet med fordelene ved at ting er sorteret;

OBS: Binær søgning virker ikke :(

Se bogens afsnit 17.5 og dokumentation for Javas Collections API for stort udvalg af metoder.

## **Kort om prioritetskøer (kapitel 21)**

Til speciel interesserede: Nemmere at forstå, når vi har kigget på træer.

En kø hvor elementerne indsættes vilkårligt og tages ud efter prioritet.

»Elementer« defineret som Comparable, og prioritetet bestemmes efter, hvilke der er »mindst« målt ved compareTo

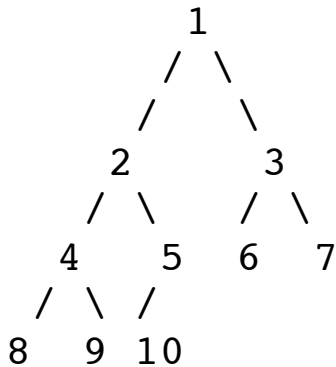
<b>void insert(Comparable x )</b>	--> Insert x
<b>Comparable deleteMin( )</b>	--> Return and remove smallest item
<b>Comparable findMin( )</b>	--> Return smallest item
<b>boolean isEmpty( )</b>	--> Return true if empty; else false
<b>void makeEmpty( )</b>	--> Remove all items
<b>int size( )</b>	--> Return size

Ikke understøttet i bogens implementation:

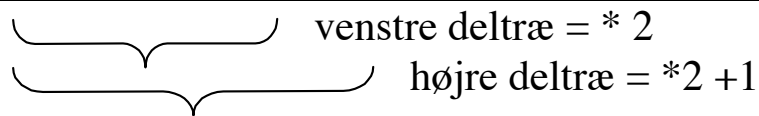
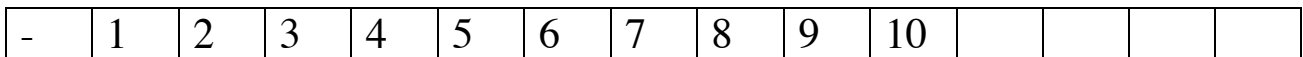
**void decreaseKey( p, v)**--> Decrease value in p to v

Implementation ved Binary Heap (DK: ofte en hob): Elegant repræsentation af binært træ i et array.

**Definition:** Et *fuldstændigt binært træ* er lige dybt over det hele bortset fra nederste etage, som er fyldt fra venstre mod højre.



Nummerering antyder mulig placering i array:

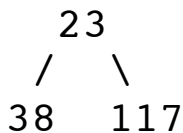


over-knude = / 2 og rund ned

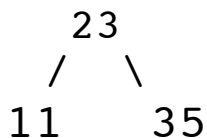
(Der er sgi' da smart)

Træet ovenfor er ikke en binær hob.

**Definition:** En *binær hob* er et fuldstændigt binært træ hvor, for hver knude ved værdi  $k$ , er enhver værdi i undertræerne  $\geq k$ .

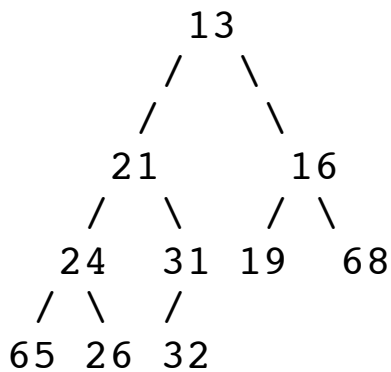


*Bemærk: en anden egenskab end det binære søgetræ*





## Eksempel på binær hob og repræsentation i array



-	13	21	16	24	31	19	68	65	26	32				
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--	--	--	--

Tydeligvis ikke sorteret — men en svagere egenskab, som er nemmere at vedligeholde

Operationer:

`findMin()`  $\approx$  return `array[1]` ;)

`deleteMin()`  $\approx$  slette `array[1]` og ryste strukturen så  
egenskaben kommer på plads igen

`insert(X)`  $\approx$  placere i bunden og »rulle« op indtil pengene passer

## **Afslutning:**

Tilsyneladende en stor rodebunke af datastrukturer som ligner hinanden!!!

### **Hjælp, hvad gør vi?**

Overvej følgende spørgsmål?

- Hvilken overordnet strategi har vi brug for
- Stak? sidst-ind-først-ud
- Kø? Først-ind-først-ud
- Noget endnu mere fleksibelt, i retning af (dobbelt-hægtet) liste?
- ... eller prioritetskø?

### **Generel i forhold til valg af Collection eller klasser i det hele taget:**

- Hvilke metoder har vi brug for?
- Hvilke metoder er tidskritiske?
- ... sidder i "den inderste løkke" og kaldes igen og igen og igen?
- Hvilke kun en sjælden gang?